ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ,

Α2. δ,

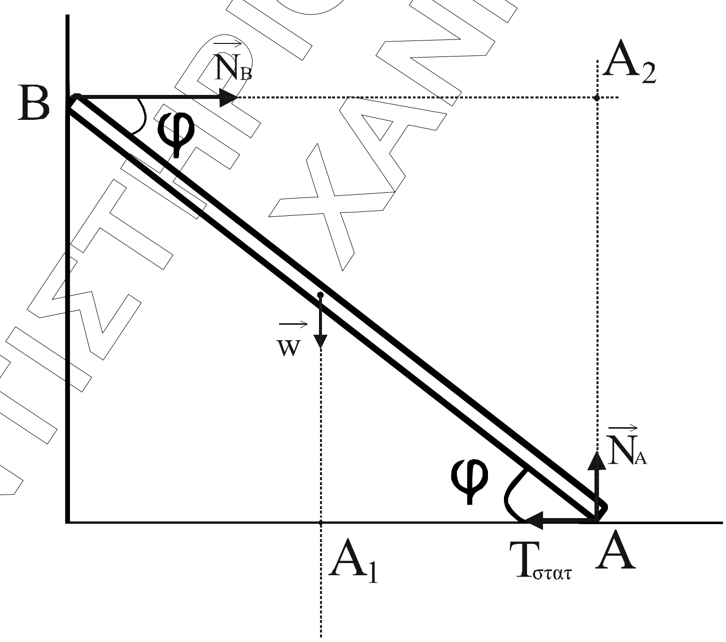
Α3. γ,

Α4. β,

Α5. **α)** Σωστή, β) Λάθος, **γ)** Σωστή, **δ)** Σωστή, **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1.



α) Σωστή η (**ii**)

β) ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

$\Sigma Fx = 0 \Rightarrow N_B - T_{στ} = 0 \Rightarrow T_{στ} = N_B$ (1)

$\Sigma F\psi = 0 \Rightarrow N_A - w = 0 \Rightarrow N_A = w$ (2)

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \overset{\text{ισορρ.ροπών}}{\Rightarrow} -N_B \cdot (A_2A) + w \cdot (A_1A) = 0 \Rightarrow$$

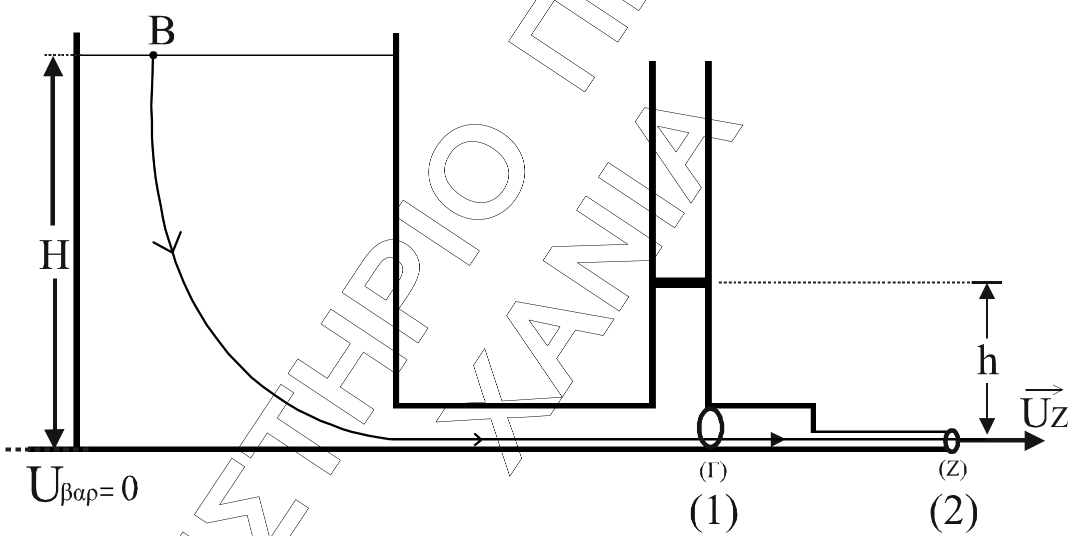
$$N_B \cdot \ell \cdot \eta\mu\,\varphi = w \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\,\varphi \Rightarrow N_B = \frac{w}{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon\varphi\,\varphi} \qquad (3)$$

Για να μην ολισθαίνει η ράβδος:

$$T\sigma\tau \leq \mu_s \cdot N_A \underset{(3)}{\overset{(1)}{\Rightarrow}} \frac{w}{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon\varphi\,\varphi} \leq \mu_s \cdot w \Rightarrow \boxed{\frac{1}{2 \cdot \mu_s} \leq \varepsilon\varphi\,\varphi}$$

Άρα για την ελάχιστη τιμή ισχύει: $\boxed{\frac{1}{2 \cdot \mu_s} = \varepsilon\varphi\,\varphi}$

B2.



α) Σωστή η (**i**)

β) $\upsilon_{\beta\alpha\rho} = 0$

Bernoulli B → Z:

$$P_{atm} + 0 + \rho \cdot g \cdot H = P_{atm} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2 + 0 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2 \qquad (1)$$

Bernoulli Γ → Z:

$$P_\Gamma + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 + 0 = P_{atm} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{atm} + \frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 = P_{atm} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2 + 0 \qquad (2)$$

Εξίσωση συνέχειας, Γ → Ζ

$$A_1 \cdot \upsilon_\Gamma = A_2 \cdot \upsilon_Z \Rightarrow 2 \cdot \cancel{A_2} \cdot \upsilon_\Gamma = \cancel{A_2} \cdot \upsilon_\Gamma \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \frac{\upsilon_Z}{2} \qquad (3)$$

$(3) \rightarrow (2)$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{\upsilon_Z^2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

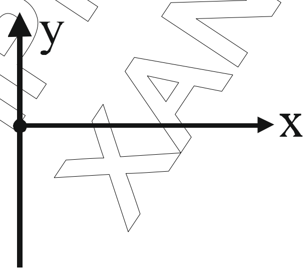
$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2 \cdot \frac{3}{4} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{3}{4} \overset{\left(h = \frac{H}{4}\right)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot \frac{H}{4} = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{w}{A} = \rho \cdot g \cdot H \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \boxed{w = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot A}{2}}$$

B3



Α.Δ.Ο. (άξονας y)

$$0 + 0 = m_1 \cdot \upsilon_1' - m_2 \cdot \upsilon_{2y}' \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1' = m_2 \cdot \upsilon_2' \cdot \eta\mu 30°$$

$$\cancel{m} \cdot \upsilon_1' = \cancel{2} \cancel{m} \cdot \upsilon_2' \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_1' = \upsilon_2'} = (1)$$

Ελαστική κρούση, άρα:

$$k_{ΟΛ}^{ΠΡΙΝ} = k_{ΟΛ}^{ΜΕΤΑ} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot υ_1^2 = \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot υ_1'^2 + \frac{1}{2}\cdot m_2 \cdot υ_2'^2$$

$$\cancel{m}\cdot υ_1^2 + \cancel{m}\cdot υ_1'^2 + 2\cdot \cancel{m}\cdot υ_2'^2 \Rightarrow$$

$$υ_1^2 = υ_1'^2 + 2\cdot υ_2'^2 \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$υ_1^2 = υ_1'^2 + 2\cdot υ_1'^2 \Rightarrow υ_1^2 = 3\cdot υ_1'^2$$

$$υ_1' = \frac{υ_1}{\sqrt{3}} \ (2)$$

Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση

$$m_1 \cdot υ_1' + 0 = \left(m_3 + m_1\right)\cdot V_k \Rightarrow$$

$$V_k = \frac{υ_1'}{2} \overset{(2)}{\Rightarrow} V_k = \frac{υ_1}{2\cdot\sqrt{3}} \ (3)$$

$$\frac{K_{1,3}}{K_1} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}\cdot 2\,\cancel{m}\cdot V_k^2}{\cancel{\frac{1}{2}}\cdot \cancel{m}\cdot υ_1^2} = 2\cdot\left(\frac{V_k}{υ_1}\right)^2$$

$$= 2\cdot\left(\frac{\frac{υ_1}{2\sqrt{3}}}{υ_1}\right)^2 = \frac{2}{4\cdot 3} = \frac{1}{6}$$

Σωστή επιλογή η **(iii)**.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\overline{P} = I_{εν}^2 \cdot R_1 \Rightarrow I_{εν} = \sqrt{\frac{\overline{P}}{R_1}} \Rightarrow I_{εν} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2}\ A$

$$I = I_{εν}\cdot\sqrt{2} = 2\,A.$$

$$V = I\cdot R_1 \Rightarrow V = 2\cdot 6 = 12\ Volt$$

Γ2. $f' = 2\cdot f \Rightarrow \omega' = 2\cdot\omega \Rightarrow \omega' = 100\pi \;\; r/s$

$$V' = N\cdot\omega'\cdot B\cdot A = N\cdot 2\omega\cdot B\cdot A$$

$$V' = 2V$$

$$V' = 24\,\text{Volt},$$

$$I' = 2\cdot I$$

$$I' = 4\cdot A$$

Άρα $P_{\sigma\tau} = V'\cdot I'\cdot \eta\mu^2(\omega' t) \Rightarrow P_{\sigma\tau} = 24\cdot 4\cdot \eta\mu^2(100\pi\cdot t) \Rightarrow$

$$\Rightarrow P_{\sigma\tau} = 96\cdot\eta\mu^2\left(100\pi\cdot\frac{5}{1000}\right) = 96\cdot\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 96 \text{ Watt}$$

Γ3. $F = 0{,}5\text{ N} \qquad t_1 = 2\text{s}$

Στο χρονικό διάστημα $0 \le t \le 2$ η ράβδος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{0{,}5}{0{,}5} = 1\text{m/s}^2$$

$$\upsilon_1 = \alpha\cdot t_1 = 1\cdot 2 = 2\,\text{m/s}$$

$$F = F_L \Rightarrow F = B\cdot I\cdot \ell \Rightarrow F = B\cdot\ell\cdot\left(\frac{B\cdot\upsilon_1\cdot\ell}{R_{o\lambda}}\right)$$

$$F = \frac{B^2\cdot\ell^2\cdot\upsilon_1}{R_{o\lambda.}} \Rightarrow F\cdot R_{o\lambda.} = B^2\cdot\ell^2\cdot\upsilon_1 \Rightarrow$$

$$B^2 = \frac{F\cdot R_{o\lambda.}}{\upsilon_1\cdot\ell^2} \qquad R_{o\lambda.} = 2 + \frac{6+3}{6+3} = 2 + 2 = 4$$

$$B^2 = \frac{0{,}5\cdot 4}{2\cdot 1^2} \Rightarrow B^2 = 1 \Rightarrow \boxed{B = 1\text{T}}$$

Γ4.

$$W_F = F\cdot\frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot t_1^2 + F\cdot\upsilon_1\cdot\left(t_2 - t_1\right)$$

$$W_F = 0{,}5\cdot\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2^2 + 0{,}5\cdot 2\cdot 3$$

$$W_F = 1 + 3 = 4\,\text{J}$$

$W'_F = 3\,J$ $\boxed{\text{Α.Δ.Ε.}}$

$\cancel{E^{αρχ.}_{ΜΗΧ}} + W_F = \cancel{E^{τελ.}_{ΜΗΧ}} + Q_J \Rightarrow Q_J = 3\,J$

$Q_J = Q_1 + Q_2$

$\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$ λόγω παραλληλίας

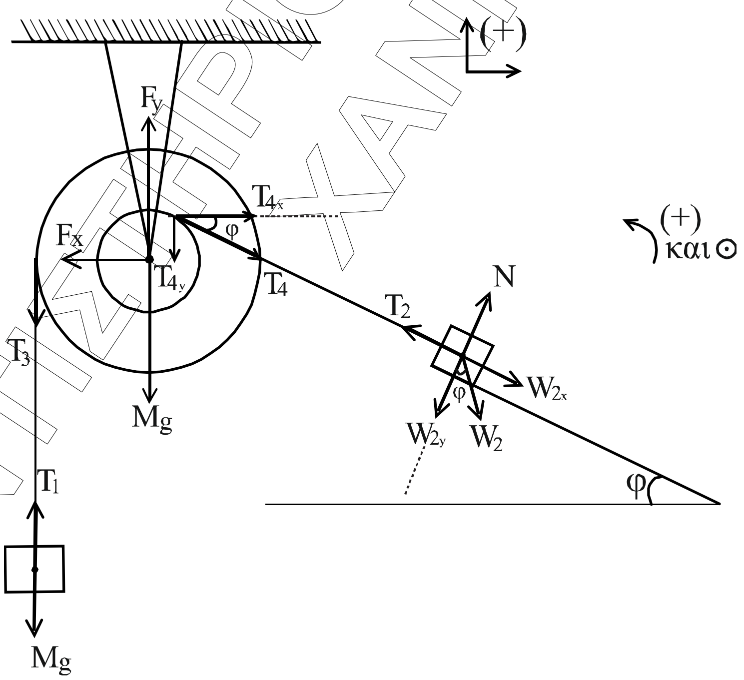
$\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \boxed{2Q_1 = Q_2}$

$Q_J = 3Q_2 \Rightarrow Q_2 = 1J$

$x = \left(\dfrac{Q_2}{W_F}\right) \cdot 100\% = \left(\dfrac{1}{4}\right) \cdot 100\% = 25\%$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Η διπλή τροχαλία ισορροπεί στροφικά.

Άρα: $\Sigma\tau \underset{(0)}{=} 0 \Rightarrow T_3 \cdot 2r - T_4 \cdot r = 0 \Rightarrow 2T_3 = T_4$ (1)

Όμως $T_3 = T_1$ και $T_4 = T_2$ γιατί τα νήματα δεν έχουν μάζα, άρα η (1) γίνεται: $2 \cdot T_1 = T_2$ (2) **.**

Το Σ_1 ισορροπεί άρα $T_1 = m_1 g$ και το Σ_2 ισορροπεί άρα $T_2 = W_{2x} \Rightarrow T_2 = W_2 \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow T_2 = m_2 g \eta\mu\varphi$. Άρα η (2) γίνεται:

$$2m_1 \cancel{g} = m_1 \cancel{g} \eta\mu\varphi \Rightarrow m_1 = \frac{m_2 \cdot \eta\mu\varphi}{2} = \frac{5 \cdot 0,6}{2} = \boxed{1,5\,\text{kg}}$$

Η τροχαλία ισορροπεί και μεταφορικά.

Άρα $\left.\begin{array}{l} \Sigma Fx = 0 \\ \Sigma Fy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} T_{4x} = Fx \\ Fy = Mg + T_3 + T_{4y} \end{array}\right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} T_4 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = Fx \\ Fy = Mg + T_3 + T_4 \cdot \eta\mu\varphi \end{array}\right\} \xrightarrow[T_3 = T_1]{T_4 = T_2}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} Fx = T_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \\ Fy = Mg + T_1 + T_2 \cdot \eta\mu\varphi \end{array}\right\} \xrightarrow[T_1 = m_1 g]{T_2 = m_2 g \sigma\upsilon\nu\varphi}$$

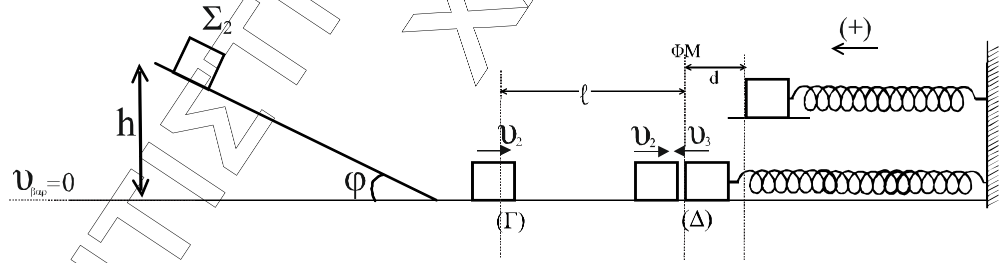
$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} Fx = m_2 g \cdot \eta\mu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \\ Fy = Mg + m_1 g + m_2 g \cdot \eta\mu\varphi \cdot \eta\mu\varphi \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$Fx = 50 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 24\text{N}$$

$$Fy = 15 + 15 + 50 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 48\text{N}$$

Έτσι $F_{\acute{\alpha}\xi o\nu\alpha} = \sqrt{Fx^2 + Fy^2} = \sqrt{24^2 + 48^2} = \sqrt{24^2 + 2^2 \cdot 24^2} = 24\sqrt{5}\text{N}.$

Δ2.



Εφαρμογή Αρχής Διατήρησης Ενέργειας για το Σ_2 από την αρχική του θέση μέχρι τη θέση Γ:

$$\upsilon_{\beta\alpha\rho_{\alpha\rho\chi}} = k_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \cancel{m_2} gh = \frac{1}{2} \cancel{m_2} \upsilon_2^2 \Rightarrow |\upsilon_2| = \sqrt{2gh} \Rightarrow |\upsilon_2| = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,8} = 6\,\text{m/s}$$

Από το (Γ) έως το (Δ) το Σ_2 φτάνει μετά από χρόνο $\Delta t_2 = \frac{(\Gamma\Delta)}{\upsilon_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\ell}{\upsilon_2} = \frac{3\pi}{5 \cdot 6} = \frac{\pi}{10}\text{sec}$ αφού κινείται ευθύγραμμα και ομαλά στο επίπεδο.

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το Σ_3 εκτελεί το ¼ της ταλάντωσης του.

Άρα $\Delta t_2 = T/4$, όπου Τ η περίοδος ταλάντωσης του Σ_3.

Δηλαδή:

$$\Delta t_2 = \frac{1}{4}\cdot 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k}} \Rightarrow \frac{\cancel{\pi}}{10} = \frac{1}{4}\cdot 2\cancel{\pi}\cdot\sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow \frac{1}{5} = \sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{5}{k} \Rightarrow \boxed{k = 125\,N/m}$$

Δ3. Στο σημείο Δ γίνεται η κεντρική ελαστική κρούση των Σ_2 και Σ_3. Επειδή έχουν ίσες μάζες έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων.

Άρα: $\upsilon_3' = -|\upsilon_2| \Rightarrow \upsilon_3' = -6\ m/s$

Και $\upsilon_2' = \upsilon_3 = \omega\cdot A$ όπου ω και Α στοιχεία της ΑΑΤ του Σ_3.

Είναι $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = 5\,rad/s$ και $A = d = 0,2m$

Έτσι $\upsilon_2' = 5\cdot 0,2 = 1m/s$

Επειδή την $t = 0$ αμέσως μετά την κρούση το Σ_3 είναι στη θέση ισορροπίας και έχει $\upsilon < 0$, παρουσιάζει λοιπόν αρχική φάση. Άρα: $x = A'\cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ την t = 0 το x = 0 οπότε έχουμε $0 = \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu 0 \Rightarrow \varphi_0 = 2k\pi + \pi$ αφού η ταχύτητα είναι αρνητική.

Επειδή πρέπει $0 \le \varphi_0 < 2\pi$, το $k = 0$ άρα $\varphi_0 = \pi$ rad.

Επειδή την υ_3' την διαθέτει το m_3 στη θέση ισορροπίας του μετά την κρούση θα είναι το μέτρο της ίσο με $\omega\cdot A'$. Δηλαδή $|\upsilon_3'| = \omega\cdot A' \Rightarrow 6 = 5\cdot A' \Rightarrow A' = 1,2m$

Έτσι για την εξίσωση απομάκρυνσης του Σ_3 θα ισχύει: $x = 1,2\cdot\eta\mu(5t+\pi)$ στο S.I.

Δ4. Από υπόθεση $k_{\tau\alpha\lambda.}=8\upsilon_{\tau\alpha\lambda.}\Rightarrow E_{o\lambda}-\upsilon_{\tau\alpha\lambda.}=8\upsilon_{\tau\alpha\lambda.}\Rightarrow\frac{1}{2}\cdot k\cdot A'^2=9\cdot\frac{1}{2}\cdot k\cdot x^2\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\pm\frac{A'}{3}=\pm 0,4\,m$ και $\Rightarrow x=-0,4\,m,$ αφού είναι για πρώτη φορά μετά την κρούση.

Έτσι: $\frac{dP}{dt}=\Sigma F=-k\cdot x=-125\cdot(-0,4)=50\ kgr\cdot m/s^2\Rightarrow\frac{dP}{dt}=50\,kgr\cdot m/s^2$

$\frac{dk}{dt}=\frac{dW_{\Sigma F}}{dt}=\frac{\Sigma\vec{F}\cdot d\vec{x}}{dt}=\Sigma\vec{F}\cdot\vec{\upsilon_3}=-k\cdot\vec{x}\cdot\vec{\upsilon_3}$ επειδή $\vec{x}$ και $\vec{\upsilon_3}$ συγγραμικά έχουμε: $\frac{dk}{dt}=-k\cdot x\cdot\upsilon_3$

Όμως $k_{\tau\alpha\lambda}=8\cdot\upsilon_{\tau\alpha\lambda}\Rightarrow\frac{1}{2}\cdot m_3\cdot\upsilon_3^2=8\cdot\frac{1}{2}\cdot m_3\cdot\omega^2\cdot x^2\Rightarrow$

$\Rightarrow\upsilon_3^2=8\cdot 25\cdot 0,4^2\Rightarrow\upsilon_3^2=32\Rightarrow|\upsilon_3|=4\sqrt{2}\ m/s$

Άρα $\left|\frac{dk}{dt}\right|=k\cdot|x|\cdot|\upsilon_3|=125\cdot 0,4\cdot 4\sqrt{2}=200\sqrt{2}\ J/s$

Δ5. Το Σ_3 περνά από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου $\Delta t=\frac{T}{2}$ μετά την κρούση αφού εκτελεί μέχρι τότε την μισή ταλάντωση.

Άρα το Σ_2 θα διανύσει προς τα αριστερά $\Delta x_2=\upsilon_2'\cdot\Delta t=\upsilon_2'\cdot\frac{T}{2}=\upsilon_2'\cdot\frac{2\pi}{2}\cdot\sqrt{\frac{m_3}{k}}=1\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{5}{125}}=0,2\pi\ m=0,628\ m.$

Επειδή το Σ_3 ξεκίνησε από τη θέση φυσικού μήκους αμέσως μετά την κρούση και κατέληξε στην ίδια θέση μετά από $\Delta t=\frac{T}{2}$ η μεταξύ των δύο σωμάτων απόσταση «διαμορφώθηκε» μόνο από την κίνηση του Σ_2.

Άρα $\Delta d=\Delta x_2=0,628\,m$